TD03

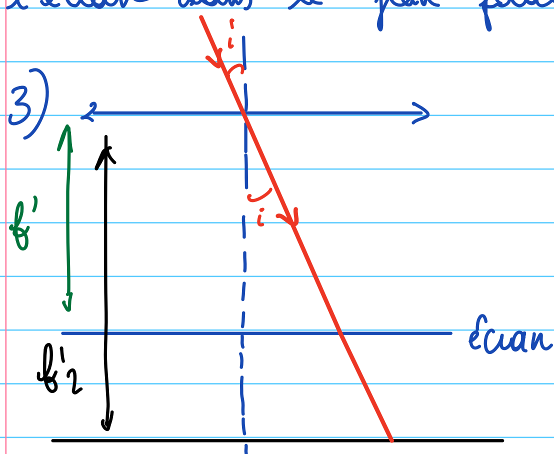
SF1

1) Si on observe des anneaux, c'est que le Michelson est réglé en lame d'air. Les deux miroirs sont donc perpendiculaires (ou parallèles sur le schéma équivalent).

Les deux points sources secondaires sont les images de la source par la séparatrice et chacun des miroirs. Ils sont séparés de $2e$ où e est l'épaisseur de la lame d'air

2) Les interférences sont localisées à l'infini. Il faut donc placer l'écran dans le plan focal de la lentille.

3)



Plus la focale est grande, plus les anneaux paraîtront grands.

Il faut donc choisir $\underline{f' = 100\,cm}$

4) Si la teinte est uniforme, on est au contact optique. Donc $e = 0$
En translatant le miroir de $5\,\mu m$, on arrive à la situation $e = 5\,\mu m$.

On a par ailleurs $\delta = 2e\cos i$
L'anneau de plus petit rayon est celui pour lequel i est le plus petit et $2e\cos i = k\lambda \quad k \in \mathbb{Z}$.

Or $\dfrac{2e \times \cos 0}{\lambda} = 16{,}7$
La fonction cos étant décroissante, l'ordre entier le plus proche atteint si on augmente l'angle est $\underline{16}$

5) On a p (1er anneau) $= 16$
p (2° anneau) $= 15$
p (3° anneau) $= 14$

Par ailleurs, on a $2e\cos i = p\lambda = 2e\left(1 - \frac{i^2}{2}\right)$

et $R_p = f'\tan i \simeq f'i = f'\sqrt{2 - \frac{\lambda p}{e}}$

Donc $R_{16} = 28$ cm $R_{15} = 45$ cm $R_{14} = 57$ cm

SF2

1) En coin d'air, les interférences sont localisées sur les miroirs.
Il faut donc pouvoir projeter le plan des miroirs sur l'écran situé à $D = 1,80$ m des miroirs.
On sait que pour pouvoir projeter, il faut $D > 4f'$

Donc $f' < \frac{D}{4} = \underline{45 \text{ cm}}$

2) On veut $|\gamma| = 10$ ie $\gamma = -10$ (l'image est toujours renversée dans cette configuration)

or $\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$

et $\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$ donc $\frac{1}{\gamma \overline{OA}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$

ie $\frac{1-\gamma}{\gamma \overline{OA}} = \frac{1}{f'}$ ie $f' = \frac{\gamma}{1-\gamma} \overline{OA}$

or $D = \overline{AA'} = \overline{OA'} - \overline{OA} = (\gamma - 1)\overline{OA}$ ie $\overline{OA} = \frac{D}{\gamma - 1}$

Au final $\boxed{f' = \frac{-\gamma}{(\gamma-1)^2} D} = \frac{10}{121} \times 1,80 = 14,9 \text{ cm} \simeq \underline{15 \text{ cm}}$

3) Ayant $\delta = 2\alpha x$, on a $\mathcal{E}(x) = \mathcal{E}_0 \left(1 + \cos\left(2\pi \frac{2\alpha x}{\lambda}\right)\right)$

Donc $i = \frac{\lambda}{2\alpha}$

L'interfrange mesuré est $10 \times i$

Donc $\alpha = \frac{\lambda}{2 \times 10 \times i} = \underline{3 . 10^{-4} \text{ rad}}$

Exercice 3 - Principe de la spectrométrie interférentielle

1) En lame d'air, $\delta(i) = 2e\cos i$. Au niveau du photorécepteur, $i=0$
Donc $\delta = 2e$.

Ici, $e(t) = v_0 t$. Donc $\boxed{\delta = 2 v_0 t}$

2) a) On a $u(t) = \alpha\, \mathcal{E}(t)$ où $\mathcal{E}(t)$ est l'éclairement au niveau du photorécepteur.

or $\mathcal{E}(t) = \mathcal{E}_0\left(1 + \cos\left(2\pi \frac{\delta}{\lambda_0}\right)\right)$

Donc $u(t) = \alpha \mathcal{E}_0\left(1 + \cos\left(\frac{4\pi v_0}{\lambda_0} t\right)\right)$. Posons $U_0 = \alpha \mathcal{E}_0$ et on a l'expression de l'énoncé.

b) On a vu N franges, donc à $t = t_1 = 57{,}5\ s$, on a

$$\delta(t_1) = N \lambda_0 \qquad (\text{car } e(0) = 0)$$

On a donc $2 v_0 t_1 = N \lambda_0$ ie $\boxed{v_0 = \frac{N \lambda_0}{2 t_1}} = 0{,}55\ \mu m \cdot s^{-1}$

On a par ailleurs $\Delta v_0 = v_0 \sqrt{\left(\frac{\Delta N}{N}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \lambda_0}{\lambda_0}\right)^2} = 0{,}01\ \mu m \cdot s^{-1}$

D'où $\boxed{v_0 = 0{,}55 \pm 0{,}01\ \mu m \cdot s^{-1}}$

3) a) La source n'est pas strictement monochromatique.

b) L'élargissement spectrale Δf est lien au temps de cohérence τ_c (aussi durée des trains d'onde) : $\Delta f = 1/\tau_c$

En longueur d'onde, on a $\Delta \lambda = \frac{\lambda_v^2}{c\, \tau_c}$

⚠ erreur énoncé $\Delta\lambda = 10\,mm$

Par ailleurs, on a la longueur de cohérence $\ell_c = c\tau_c$

Ainsi $\Delta\lambda = \frac{\lambda_v^2}{\ell_c}$ ie $\ell_c = \frac{\lambda_v^2}{\Delta\lambda} = \underline{3\ cm}$

C'est une longueur facilement mesurable avec un Michelson.

4) On sait qu'on perd en contraste quand $\delta \sim L_c$

(b) Il n'y a pas de perte de contraste $\Rightarrow L_c$ est gd, il s'agit du LASER

(c) Il n'y a pas de phénomène de coïncidence / anticoïncidence
$\Rightarrow$ lumière monochromatique, mais de largeur non nulle car on perd en contraste
$\longrightarrow$ lampe de mercure avec le filtre.

(a) et (d) : il y a phénomène de coïncidence / anticoïncidence

en (d) les zones d'anti-coïncidence sont plus proches, ce qui implique que les deux raies sont plus éloignées (on voit plus vite la non-monochromaticité)
↳ doublet du mercure

et (a) doublet du sodium

Exercice 4 - Mesure de l'épaisseur d'un film alimentaire

1) En lame d'air, les deux miroirs sont perpendiculaires (ou parallèles dans le schéma équivalente).
La figure d'interférence est alors composée d'anneaux et localisée à l'infini. On l'observe donc dans le plan focal d'une lentille convergente.

2) Sans le film, on est au contact optique : les interférences sont donc constructives pour toutes les longueurs d'onde, partout. On observe donc un écran blanc.
Avec le film, la différence de marche n'est plus nulle mais elle est constante. Les interférences seront donc constructives pour certaines longueurs d'onde et destructives pour d'autres. S'il y a suffisamment de longueurs d'onde pour lesquelles les interférences sont constructives, l'oeil reconstitue le blanc (qu'on appelle d'ordre supérieur)

3) Si la longueur d'onde est absente, les interférences sont destructives :

$$p = \frac{\delta}{\lambda} = k + \frac{1}{2} \quad \text{ie} \quad \boxed{\frac{1}{\lambda} = \frac{2k+1}{2} \frac{1}{\delta}}$$

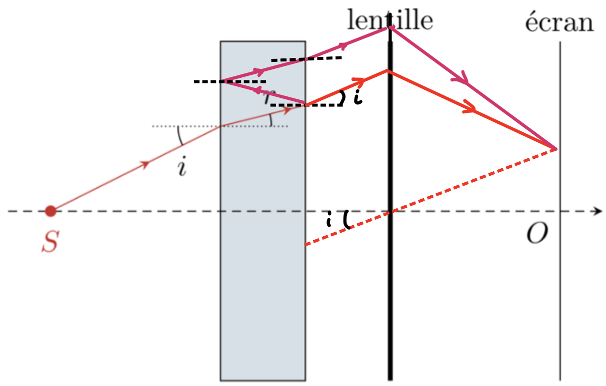
4) Au centre des anneaux, la différence de marche vaut $\underline{\delta = 2(n-1)e}$

On compte sur le spectre 20 annulations entre $\lambda_{min} = 400$ nm et $\lambda_{max} = 800$ nm (on peut faire entre n'importe quelles longueurs d'onde annulant l'éclairement, mais il en faut au moins 2)

$$\frac{1}{\lambda_{max}} = \frac{2k+1}{2} \frac{1}{\delta} \qquad \frac{1}{\lambda_{min}} = \frac{2(k+20)+1}{2} \frac{1}{\delta}$$

$$\frac{1}{\lambda_{min}} - \frac{1}{\lambda_{max}} = \frac{40}{4(n-1)e} \Rightarrow \underline{e = 16\ \mu m}.$$

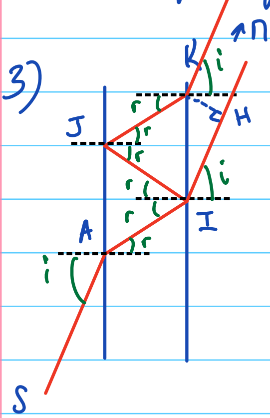
Exercice 5 - Lame de verre



1) L'onde qui traverse directement la lame de verre interfère avec l'onde se réfléchissant deux fois dans la lame.

2) Dans un Michelson réglé en lame d'air, les interférences sont localisées à l'infini.
Par analogie, il faut prendre une lentille convergente et placer l'écran dans le plan focal image.

3)



$$\delta = (SM)_2 - (SM)_1 = \cancel{(SA)} + \cancel{(AI)} + (IJ) + (JK) + (KM) - \left[\cancel{(SA)} + \cancel{(AI)} + (IH) + (HM)\right]$$

(*) M "source" + Malus + retour inverse de la lumière
$\Rightarrow (KM) = (HM)$

(i) $IH = IK \sin i$

(*) cf cours Michelson $(IJ) + (JK) = \dfrac{2ne}{\cos r}$

or $IK = 2e \tan r$, donc $IH = 2e \tan r$

$$\Rightarrow \delta = \frac{2ne}{\cos r} - 2e \tan r \sin i$$

or $n \sin r = \sin i$

donc $\delta = \dfrac{2ne}{\cos r} - 2e \tan r \, n \sin r = \dfrac{2ne}{\cos r}\left(1 - \sin^2 r\right) = \underline{2ne \cos r}$

4) cours $\tan i \simeq i = \dfrac{R}{f'}$ $p = \dfrac{\delta}{\lambda} \simeq \dfrac{2ne}{\lambda}\left(1 - \dfrac{r^2}{2}\right)$

Descartes linéarisée $n r = i$

$$\Rightarrow \boxed{p = \frac{2ne}{\lambda}\left(1 - \frac{R^2}{2n^2 f'^2}\right)}$$

5) Au centre, $R = 0$ et $p_{centre} = \dfrac{2ne}{\lambda} = 54{,}5$

p diminue si R augmente, donc le premier anneau a un ordre $p_1 = 54$

On a donc $R_1 = n f' \sqrt{2 - \dfrac{p_1 \lambda}{ne}} = \underline{4{,}2 \text{ cm}}$.

Exercice 6 - Figure d'interférences

1) On observe des anneaux.

On a $p_{centre} = \frac{2e \times \cos 0}{\lambda} = \frac{2 \times 0{,}5.10^{-3}}{500.10^{-9}} = 2000$

Le 1er anneau sombre sera donc à $\underline{p = 1999{,}5}$ ($p \searrow$ et $p = k + \frac{1}{2}$, $k \in \mathbb{Z}$)

2) On veut $p_{centre} = 1999{,}5$ ou $2000{,}5$

Cela correspond à $e = 1999{,}5 \times \frac{500.10^{-9}}{2}$ ou $e = 2000{,}5 \times \frac{500.10^{-9}}{2}$

$= 4{,}99875.10^{-4}\,m$; $= 0{,}500125\,mm$

$= 0{,}499875\,mm$; $= e + 1{,}25.10^{-7}\,m$

$= e - 1{,}25.10^{-7}\,m$

$\Rightarrow$ Il faut déplacer le miroir de 12,5 nm

(+ directement : $p_{centre} = \frac{2e'}{\lambda} = \frac{2e}{\lambda} \pm \frac{1}{2}$ ancien p_{centre}.

ie $e' = e \pm \frac{\lambda}{4} = \underline{e \pm 1{,}25.10^{-7}\,m}$)

Cette distance est trop petite pour être mesurable avec l'interféromètre du laboratoire.

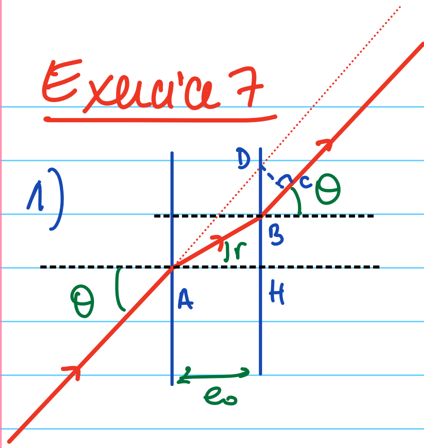
3) Si on remplace la source par une source ponctuelle au foyer objet d'une lentille, on aura une source à l'infini avec un unique angle d'incidence $i = 0$.

On aura donc un unique angle en sortie de l'interféromètre. Donc uniquement un point lumineux (de luminosité variable selon la valeur de e) au foyer image de la lentille de sortie.

4) On passe en configuration coin d'air : on n'observera donc rien à l'infini. Il faut alors déplacer la lentille pour conjuguer l'écran avec le plan des miroirs (et aussi envoyer la source à l'infini)

Exercice 7 — Mesure de l'épaisseur d'une lame

1)



Le rayon passe 2 fois dans la lame.

On a donc
$$\frac{\delta'}{2} = (AB) + (BC) - (AD)_{air}$$

$$(AB) = n\frac{e_0}{\cos r}$$

$$(AD) = \frac{e_0}{\cos\theta}$$

$$BC = BD\sin\theta \quad \text{or } BD = HD - HB = e_0\tan\theta - e_0\tan r$$

Ainsi
$$\frac{\delta'}{2} = n\frac{e_0}{\cos r} + e_0(\tan\theta - \tan r)\sin\theta - \frac{e_0}{\cos\theta}$$
$$= e_0\left(\frac{\sin^2\theta - 1}{\cos\theta} + \frac{n - \sin r\sin\theta}{\cos r}\right)$$

or $n\sin r = \sin\theta$

donc
$$\frac{\delta'}{2} = e_0\left(\frac{-\cos^2\theta}{\cos\theta} + n\frac{\overbrace{1-\sin^2 r}^{=\cos^2 r}}{\cos r}\right)$$

$$\boxed{\delta' = 2e_0(n\cos r - \cos\theta)}$$

2)
$$\delta = 2e\cos\theta + \delta'$$
$$= 2e\left(1-\frac{\theta^2}{2}\right) + 2e_0\left(n\left(1-\frac{r^2}{2}\right) - \left(1-\frac{\theta^2}{2}\right)\right)$$
$$= 2ne_0\left(1-\frac{r^2}{2}\right) + 2(e-e_0)\left(1-\frac{\theta^2}{2}\right)$$

En faisant le DL de la loi de Descartes : $nr = \theta$

Donc
$$\boxed{\delta = 2e_0(n-1) + 2e + \theta^2\left(e_0\left(1-\frac{1}{n}\right) - e\right) = \left(1-\frac{\theta^2}{2}\right)(e_0(n-1)+e)}$$

3) Si l'éclairement est uniforme, on a $\delta = 0 \quad \forall \theta$

Donc $e_0(n-1) + e = 0$ ie $\boxed{e_0 = \frac{e}{n-1}}$

4) On enlève la lame. Lorsque l'éclairement redevient uniforme, on a $e_f = 0$

Et on a $N = \Delta p_{centre} = \frac{2e}{\lambda} - 0$

Donc $e = \frac{\lambda N}{2}$ et $e_0 = \frac{\lambda N}{2(n-1)}$.